

© Б.Р. ЗАВАЛИШИН

**ТОЧНОСТЬ ФОКУСИРОВКИ  
ПРИ ПОСТРОЕНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В СЕЙСМОРАЗВЕДКЕ**  
(Представлено академиком А.С. Алексеевым 10 X 1988)

Построение изображений в сейсморазведке осуществляется путем обращенного продолжения волнового поля, непосредственная цель которого заключается в том, чтобы сфокусировать энергию зарегистрированной на поверхности наблюдений волны в той точке среды, где располагался ее источник. Представление о точности фокусировки [1,2] — совпадении максимума амплитуды обращенного поля с точкой источника - играет важную роль в современной теории и методике построения сейсмических изображений. Между тем некоторые практические результаты последних лет, о которых будет сказано ниже, вынуждают отнестись к вопросу о достижимости точной фокусировки в реальном дня сейсморазведки диапазоне частот, глубин и апертур более внимательно.

Сложившиеся представления сформировались в сейсморазведке не без сильного влияния известной теории оптической фокусировки, в основе которой лежат исследования Ломмеля и Дебая [3]. Но оптическое приближение этой теории не всегда выполняется в сейсморазведочной практике, а точное решение задачи фокусировки в трехмерной области представляет серьезную трудность. Вместе с тем известно, что дифракционные интегралы, с которыми приходится иметь дело при продолжении волновых полей, иногда допускают точную оценку в случае осесимметричных задач. Поэтому здесь делается попытка получить точное решение задачи фокусировки только в точках оси  $z$ , содержащей источник и являющейся осью круглой апертуры. Решим задачу обращенного продолжения монохроматического волнового

поля  $F = e^{j\omega t - jk\rho}/\rho$ , излученного в точке  $z_0$  и зарегистрированного на плоской поверхности  $z = 0$ , ограниченной кругом радиуса  $a$ , в произвольную точку оси  $z$  (рис. 1).  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}$ ,  $\omega$  — круговая частота,  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны,  $c$  — скорость. Для решения воспользуемся модифицированным интегралом Кирхгофа (см. [4], формула 2.6)

$$(1) \quad u = \frac{1}{4\pi} \iint_s \left\{ \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial F}{\partial n} \right] - \frac{1}{cr} \frac{\partial r}{\partial n} \left[ \frac{\partial F}{\partial t} \right] - \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) [F] \right\} ds,$$

где прямоугольные скобки означают, что интегрирование выполняется в момент времени  $t - \rho/c + r/c$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $ds = r dr d\theta$  — элемент поверхности,  $n$  — нормаль,  $\theta$  — полярный угол. Заменяя символы функции  $F$  и ее производных в (1) их явными выражениями для точек оси  $z$  и опустив колебательную часть  $e^{j\omega t}$ , после интегрирования по  $\theta$  имеем

$$(2) \quad u_z = \frac{1}{2} \int_z^{r_a} \left\{ \frac{z}{r^2} - \frac{z_0}{\rho^2} - jk \left( \frac{z_0}{\rho} + \frac{z}{r} \right) \right\} \frac{e^{-jk(\rho-r)}}{\rho} dr,$$

где  $r_a = \sqrt{a^2 + z^2}$ . Убедившись, что подынтегральное выражение в (2) представляет собой полный дифференциал функции

$$- \frac{e^{-jk(\rho-r)}}{\rho-r} \left( \frac{z_0}{\rho} + \frac{z}{r} \right),$$

получим точную оценку интеграла

$$(3) \quad u_z = \frac{e^{-jk(z_0-z)}}{z_0-z} - \frac{e^{-jk(\rho_a-r_a)}}{2(\rho_a-r_a)} \left( \frac{z_0}{\rho_a} + \frac{z}{r_a} \right),$$

где  $\rho_a = \sqrt{a^2 + z_0^2}$ .

Согласно (3) обращенное поле представляет собой интерференцию сферической волны, исходящей из точки  $z_0$  (при  $z < z_0$ ) или сходящейся в точку  $z_0$  (при  $z > z_0$ ) с обращенной фазой [1, 4], и волны, дифрагировавшей на крае апертуры. Неопределенность решения в точке источника  $z = z_0$  раскрывается по правилу Лопитала и дает результат

$$(4) \quad u_{z_0} = - \frac{jk(\rho_a - z_0)}{\rho_a},$$

совпадающий с решением Дебая [5].

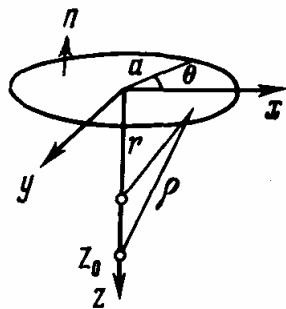


Рис. 1

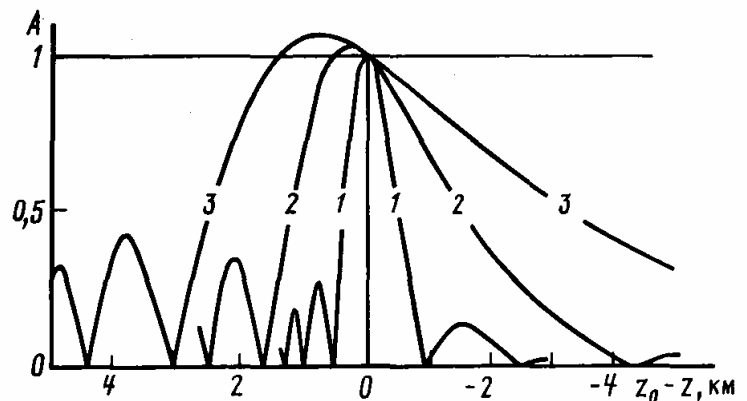


Рис. 2

Анализ (3) показывает, что максимум амплитуды (фокус) обращенного поля при ограниченной круглой апертуре всегда смещен вверх вдоль оси  $z$  по отношению к истинному положению источника  $z_0$ . В оптическом случае смещение пренебрежимо мало, а функция распределения амплитуды симметрична относительно фокуса в малой его окрестности. Существенным моментом оптического приближения (см. [3], стр. 471—472) служит условие  $|z_0 - z| \ll \rho_a$ , предполагающее, что характерный размер фокусного пятна пренебрежимо мал в сравнении с радиусом кривизны фронта волны, заполняющего апертуру. В сейсмическом диапазоне частот при глубинах источника, соизмеримых с размером апертуры, это условие невыполнимо.

В общем случае величина смещения фокуса определяется соотношением параметров  $a$ ,  $z_0$ ,  $\lambda$ , которое удобно выразить в виде числа зон Френеля  $\Phi = 2(\rho_a - z_0)/\lambda$ , уместающегося в апертуре радиуса  $a$  при заданном положении источника  $z_0$ . При  $\Phi > 10$  смещение незначительно и фокусировку можно считать точной. При  $\Phi < 1$  источник находится во френгоферовой зоне и фокусировка вдоль оси  $z$  незначительна — это соответствует бесконечной глубине резкости в фотографии. Промежуточные значения  $1 < \Phi < 10$ , типичные в сейсморазведке, иллюстрируются рис. 2, где показаны графики амплитуды

$A(z_0 - z) = \frac{|u_z|}{|u_{z_0}|}$  обращенного поля (3) вдоль оси  $z$ , нормированные к значению поля (4)

в точке источника, при фиксированных длине волны  $\lambda = 0,1$  км и размере круглой апертуры  $2a = 3$  км для трех значений глубины источника. Кривая 1 соответствует глубине источника  $z_0 = 2,5$  км,  $\Phi = 8,3$  и свидетельствует об удовлетворительной фокусировке. Кривая 2 ( $z_0 = 5$  км,  $\Phi = 4,4$ ) отмечает 5-процентное смещение фокуса, а кривая 3 ( $z_0 = 7,5$  км,  $\Phi = 3,0$ ) — более чем 10-процентное смещение.

Согласно (3) искажение верно восстанавливаемого при обращенном продолжении поля точечного источника происходит из-за его интерференции с волной, дифрагировавшей на крае апертуры. Это и является причиной нарушения точности фокусировки. На оси круглой апертуры амплитуда дифрагированной волны максимальна из-за ее синфазного прихода от всех точек края и роль ее особенно велика. При любой другой конфигурации апертуры дифрагированная волна, а следовательно, и эффект смещения фокуса будут иными количественно, но не качественно (см., например, кривую 4 на рис. 4б, рассчитанную для прямоугольной апертуры, в работе [1]).

Верное представление о точности фокусировки особенно важно, когда в процессе обращенного продолжения (миграции) решается двуединая задача построения изображения и уточнения скорости распространения волн [ делается это путем подбора скорости, обеспечивающей получение наиболее яркого (динамически выраженного) изображения. Дорогостоящий опыт практического использования такого подбора показал, что во многих случаях наиболее яркие изображения глубоких объектов получаются при скоростях миграции, заведомо более низких по сравнению с физически оправданными для конкретной геологической обстановки. Объяснения этому в рамках представления о точной фокусировке не находится. Напротив, смещение точки фокусировки вверх по отношению к источнику с учетом простой связи между скоростью миграции и глубиной фокуса [2] вполне объясняет отмеченное явление.

*Московский институт нефти и газа  
им. И.М. Губкина*

*Поступило 21 X 1988*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев А.С., Цибульчик Г.М., Хайдуков В.Г. — *Геология и геофизика*, 1978. № 12, с. 107—122.
2. De Vries D, Berkhaut A. — *Geophys. Prospect.*, 1984, vol. 32, p. 629—648.
3. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*. М.: Наука, 1970. 856 с.
4. Васильев С.А. — *Физика Земли*, 1973, № 3, с. 35—47.
5. Зоммерфельд А. *Оптика*. М.: Ил, 1953. 486 с.