

# ПРИКЛАДНАЯ ГЕОФИЗИКА

ВЫПУСК 100

Издается с 1945 года



МОСКВА «НЕДРА» 1981

Б. Р. ЗАВАЛИШИН

## АНАЛИЗ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О РАЗМЕРАХ ЭФФЕКТИВНОЙ ОБЛАСТИ ОТРАЖЕНИЯ

Постепенный переход от упрощенных представлений геометрической сейсмологии к более строгим представлениям волновой сейсмологии [6,7], обусловленный стремлением расширить возможности интерпретации данных сейсморазведки, предусматривает необходимость освоения сейсморазведчиками ряда новых понятий, среди которых важное место занимает понятие эффективной области отражения. Представление о размерах эффективной области отражения ведет к пониманию того, о какой области среды данный сигнал несет информацию, и приобретает непосредственный практический интерес при решении прямых динамических задач сейсморазведки методами математического моделирования [5], обсуждении вопросов методики наблюдений [2], автоматическом построении изображений среды — динамических глубинных разрезов. Для правильного решения перечисленных вопросов в само определение понятия эффективной области отражения необходимо внести больше ясности, устранив наметившиеся противоречивые толкования.

Стр.36

Под эффективной областью отражения в акустике и теории распространения радиоволн понимают участок границы, который, будучи вырезан из бесконечно простирающейся плоскости, отразил бы в данную точку наблюдения почти такое же гармоническое колебание, как и неограниченная плоскость. Физический смысл этого определения заключается в том, что при достаточных размерах вырезанного участка границы дифрагированные волны, образующиеся на его краях, достигают точки наблюдения сильно ослабленными, и регистрируемое поле мало отличается от отраженного бесконечной плоскостью. Ясно, что на основе такого определения размеры эффективного участка отражения оказываются тем большими, чем выше желаемая точность описания отраженной волны. В частности, при бесконечно высокой точности эффективная область отражения оказывается бесконечной. Важным, заслуживающим дополнительного анализа результатом этого подхода служит известный вывод о том, что размеры эффективной области отражения можно охарактеризовать некоторым числом зон Френеля, откуда следует зависимость размеров эффективного участка от частоты падающей на границу волны [ 6].

Определение понятия эффективной области отражения на основе учета роли краевой дифракции введено для случая гармонического волнового поля, когда дифрагированная волна интерферирует с отраженной и реально искажает последнюю. В импульсной сейсмике легко представить ситуацию, когда отраженная от плоского, непрерывного участка границы и дифрагировавшая на ее крае волны в силу ограниченной длительности исходного импульса в данной точке наблюдения полностью разрешены. За исключением случая, когда точка наблюдений расположена на границе геометрической тени, полного разрешения отраженной и дифрагированной волн можно добиться всегда, если устремить длину исходного импульса к нулю. Из простых геометрических соображений ясно, что в формировании все более короткого отраженного сигнала участвует все меньшая окрестность точки зеркального отражения границы, стягивающая к этой точке для сигнала в виде дельта-функции. Отсюда следует второе определение эффективной области отражения через длительность отраженного сигнала [3]: это такой участок плоской границы, что элементарная волна от любой точки вне его запаздывает в точку наблюдения на время, превышающее длительность отраженного сигнала и, следовательно, не интерферирует с ним.

Таким образом, импульсный режим в отличие от гармонического допускает сейчас использование двух способов теоретической оценки размеров эффективной области отражения: в частотной области — с помощью некоторого числа зон Френеля, рассчитываемых для преобладающей в спектре импульса частоты, и во временной области — через длительность импульса по формулам, приведенным в [3]. Первое определение исходит из сложившегося представления о том, что обсуждаемые размеры зависят в основном от преобладающей частоты импульса, второе определение приводит к выводу об отсутствии упомянутой частотной зависимости. Здесь заключено противоречие особенно очевидное в случае короткого импульса. Согласно временным представлениям, в его отражении участвует малый участок плоской поверхности границы, согласно частотным — вся плоскость: пологий спектр короткого импульса содержит и частоты, близкие к нулю, для которых эффективная область отражения стремится к бесконечности, каким бы числом зон Френеля она ни измерялась.

К этому следует добавить, что в вопросе количественной оценки размеров эффективной области отражения в частотном представлении недостаточно единообразия.

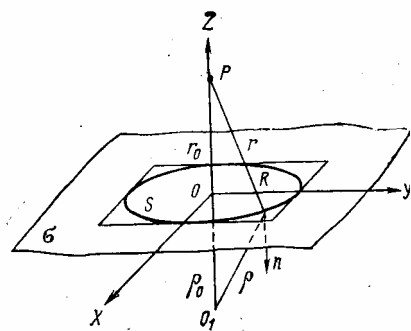


Рис. 1. Геометрия дифракционной задачи при отражении волны от площадки ограниченных размеров.

Одни авторы (Я. Л. Альперт, 1953 г., Л. М. Бреховских, 1947 г.) оценивают размеры эффективной области 8—16 зонами Френеля, другие [2, 4, 5, 6] в качестве достаточной оценки используют 0,5—2 зоны Френеля. Анализируя причины возникающих противоречий, рассмотрим решения, ведущие к тем или иным представлениям.

Известно, что эффективная область отражения плоской границы в общем случае имеет форму эллипса [7]. Если источник и точка наблюдения совмещены в точке Р (рис. 1.), эллипс переходит в круг, а задача определения размеров эффективной области отражения на основе учета роли дифракции сводится к задаче дифракции на круглом отверстии. Воспользуемся понятием мнимого источника  $O_1$  и отраженное в точку Р поле  $\phi(P, t)$  представим в приближении Кирхгофа интегралом по поверхности круглого отверстия  $S$  в плоском непроницаемом экране  $\sigma$

$$\phi(P, t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left\{ \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial n} \right] + \frac{1}{cr} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] \frac{\partial r}{\partial n} - [\phi] \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right\} dS, \quad (1)$$

где  $\phi = \frac{1}{\rho} f(t - \rho/c)$  — колебание, излучаемое мнимым источником  $O_1$ ; предполагается что оно не искажено (присутствием экрана) внутри отверстия  $S$ ;  $r$  и  $\rho$  — расстояния от точек плоскости  $\sigma$  до точки наблюдения Р и мнимого источника  $O_1$ ;  $n$  — нормаль к  $\sigma$ ,  $c$  — скорость распространения волны (здесь рассматривается акустический случай). Приближенная оценка (1) для гармонической волны при выбранной геометрии дифракционной задачи содержится у А. Зоммерфельда (1953 г.), а точную оценку для импульса удастся получить, следуя работам [3,8]. После простых преобразований [3] интеграл (1) приводится к виду

$$\phi(P, t) = r_0 \int_{r_0}^{\sqrt{r_0^2 + R^2}} \left\{ \frac{1}{r^3} f\left(t - \frac{2r}{c}\right) - \frac{1}{2r^2} \frac{\partial f\left(t - \frac{2r}{c}\right)}{\partial r} \right\} dr, \quad (2)$$

где  $r_0$  — эхо-глубина границы;  $R$  — радиус отверстия  $S$ . Из равенства (2) в случае импульсного колебания  $f(t)$  получаем

$$\varphi(P, t) = \frac{1}{2r_0} f\left(t - \frac{2r_0}{c}\right) - \frac{r_0}{2(r_0^2 + R^2)} f\left(t - \frac{2\sqrt{r_0^2 + R^2}}{c}\right), \quad (3)$$

а в частном случае ( $f(t) = e^{j\omega t}$ )

$$\begin{aligned} \varphi(P, t) &= \frac{e^{j\omega t - 2jkr_0}}{2r_0} \left[ 1 - \frac{r_0^2}{r_0^2 + R^2} e^{-2jk(\sqrt{r_0^2 + R^2} - r_0)} \right] = \\ &= \frac{e^{j\omega t - 2jkr_0}}{2r_0} W, \end{aligned} \quad (3a)$$

где  $k = \omega/c$  — волновое число.

Поле (3), (3a) состоит из двух волн: отраженной и дифрагированной. Амплитуда последней тем меньше, чем больше радиус круга, и при  $R \rightarrow \infty$  обращается в нуль. Вступление дифрагированной волны запаздывает по отношению к вступлению отраженной волны на время  $\tau = 2(\sqrt{r_0^2 + R^2} - r_0)/c$ . До тех пор пока  $\tau$ , зависящее от  $R$ , меньше  $T$  — длительности импульса  $f(t)$  обе волны интерферируют. При  $\tau \geq T$  импульсы разрешены полностью и увеличение  $R$  не сказывается более на отраженном сигнале: он остается таким же, как при отражении от бесконечной плоскости. Приняв  $\tau = T$ , определим размеры эффективной (в соответствии со вторым ее определением) области отражения в зависимости от длительности сигнала  $T$ :

$$R = \sqrt{cT(r_0 + cT/4)}. \quad (4)$$

В случае импульсного колебания ( $T \neq \infty$ ) формулу (4) можно получить, не ограничивая отражающую плоскость и, следовательно, не прибегая к помощи дифрагированной волны. В [3] эта формула выводится с помощью доказательства, что при неограниченной отражающей плоскости интеграл Кирхгофа равен нулю вне круга (4). В случае гармонической волны эффективная область отражения становится бесконечной, т. е. формально в отражении волны участвует вся плоскость. Именно для того, чтобы преодолеть эту трудность, Л.М. Бреховских (1947 г.) ввел определение понятия эффективной области отражения, основанное на учете роли краевой дифракции. В рамках этого определения о размерах эффективной области судят по отклонению от единицы модуля функции  $W$  в формуле (3a), называемой функцией ослабления.

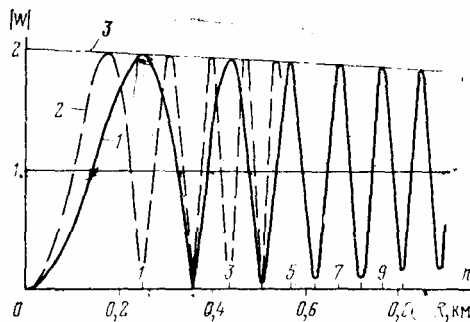


Рис. 2. Зависимость функции  $|W|$  от радиуса отражающей площадки  $R$ :  
 1 —  $f = 40 \text{ с}^{-1}$ ; 2 —  $f = 80 \text{ с}^{-1}$ ; 3 — огибающая;  $n$  — границы зон Френеля при  $f = 40 \text{ с}^{-1}$

На рис. 2 приведены графики зависимости от радиуса  $Я$  круглой отражающей площадки для гармоник двух частот  $f_1=40 \text{ с}^{-1}$  и  $f_2=80 \text{ с}^{-1}$  ( $r_0=2 \text{ км}$ ,  $c=2,5 \text{ км/с}$ ). Они показывают, что затухание функции  $W$  с увеличением радиуса площадки происходит весьма медленно и не зависит от частоты: разные гармоники имеют одну и ту же огибающую (кривая 3), уравнение которой легко получить из (3а)

$$\omega = 1 \pm \frac{r_0^2}{r_0^2 + R^2}.$$

Отсюда следует, что точное решение задачи определения размеров эффективной области отражения плоской границы на основе учета роли краевой дифракции не приводит к выводу о зависимости этих размеров от частоты. Промаркировав ось абсцисс (см. рис. 2) номерами зон Френеля, убеждаемся в том, что при типичных в сейсморазведке расстояниях и частотах размеры эффективной области отражения гармонической волны, определяемые на основе учета роли краевой дифракции, измеряются десятками зон Френеля. Легко вычислить, что в приведенном примере функция ослабления для любых частот будет отличаться от единицы не более чем на 10% (т. е. амплитуда отраженной волны будет искажена менее чем на 10% по сравнению с отражением от неограниченной границы) при  $R \geq 6 \text{ км}$ . Если при тех же условиях задаться импульсом длительностью  $T=0,1 \text{ с}$  и воспользоваться формулой (4), то радиус эффективной области отражения окажется равным 0,7 км: Этот расчет указывает, что в импульсной сейсморазведке оценки эффективной области отражения на основе учета роли краевой дифракции могут приводить к грубым погрешностям, оставаясь верными в случае гармонического волнового поля.

На основе рассмотренного подхода иногда делается физически неверный вывод о том, что эффективной областью отражения волны можно считать лишь половину первой зоны Френеля. Действительно, как это следует из рис. 2, площадка размером в половину первой зоны Френеля отразит в точку  $P$  такую же по амплитуде (но не по фазе!) волну, как и бесконечная плоскость. Но то же самое можно сказать и о 1,5; 2,5; 3,5... зонах Френеля. Уместным возражением представлению об «исключительности» половины первой зоны может служить опыт технического применения зонных пластинок и антенн, где используется значительно большее число зон Френеля.

Представление о зависимости размеров эффективной области отражения от частоты гармонической волны, противоречащее полученному выше результату, вытекает из приближенного решения дифракционной задачи, существо которого заключается в следующем. Аналитическая оценка дифракционных интегралов для эллиптических отражающих площадок, к которым сводится задача при произвольном расположении источника и точки наблюдения, представляет серьезные математические трудности. Приближенно необходимые оценки пытаются получить, заменив эллипс описанным вокруг него прямоугольником (Я. П. Альперт, 1953 г.; Л. М. Бреховских, 1947 г. <sup>1)</sup>). В частном случае при совмещенных источнике и приемнике эллипс переходит в круг, а описанный прямоугольник в квадрат. Дифракционное гармоническое поле  $\phi_1(P, t)$ , отраженное (рассеянное) квадратной площадкой в точку  $P$  (см. рис. 1), вместо выражения

-1)

у л. М. Бреховских прямое упоминание о замене эллипса прямоугольником отсутствует, но использованное решение такую замену предполагает.

(2) представится интегралом

$$\varphi_1(P, t) = \frac{r_0 e^{j\omega t}}{2\pi} \int_{-R}^R \int_{-R}^R \left( \frac{1}{r^2} + \frac{jk}{r} \right) \frac{e^{-2jkr}}{r^2} dx dy, \quad (5)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + r_0^2}$ ;  $2R$  — сторона квадрата. В приближении Френеля (5) можно заменить (Альперт Я. Л. и др., 1953 г.) выражением

$$\varphi_1(P, t) = \frac{j e^{j\omega t - 2jkr_0}}{r_0} [F(u)]^2, \quad (6)$$

где

$$F(u) = \int_0^u e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du = C(u) - jS(u);$$

$$u = R \sqrt{\frac{2k}{\pi r_0}}; \quad C(u), \quad S(u) \text{ — интегралы Френеля.}$$

Представим (6) в виде произведения отраженной волны на функцию ослабления  $W_1$

$$\varphi_1(P, t) = \frac{e^{j\omega t - 2jkr_0}}{2r_0} W_1, \quad (7)$$

$$W_1 = 2 [jS(u) - C(u)]^2.$$

Модуль  $|W_1|$  характеризует отличие амплитуды  $p$  от амплитуды волны, отраженной бесконечной плоскостью. На рис. 3 показаны модули  $|W_1|$  для двух гармоник  $f_1=40 \text{ с}^{-1}$  и  $f_2=80 \text{ с}^{-1}$  ( $r_0=2 \text{ км}$ ,  $c=2,5 \text{ км/с}$ ) в зависимости от  $R$ . Из них как раз и получены приведенные у Я. Л. Альперта (1953 г.) и Л. М. Бреховских (1947 г.) оценки размеров эффективной области отражения 8 или 16 зонами Френеля при соответствующей точности амплитуды отраженной волны.

Сравнивая формулу (3а) и рис. 2 с формулой (6) и рис. 3, приходим к выводу, что их различия объясняются приближенным характером оценки роли дифракции во втором случае: переходом к интегралам Френеля, уместным лишь для коротких волн при малых

Стр.41

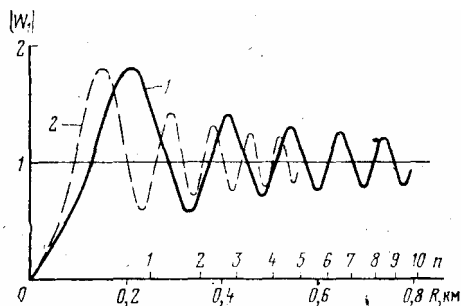


Рис. 3. Зависимость функции  $|W_1|$  от размеров квадратной отражающей площадки:  
 1 —  $f=40 \text{ с}^{-1}$ ; 2 —  $f=80 \text{ с}^{-1}$ , л — границы зон Френеля при  $f=40 \text{ с}^{-1}$

размерах ( $R \ll r_0$ ) отражающей площадки и заменой круга отражения квадратом. Зависимость функции ослабления  $|W_1|$  от частоты характеризует в данном случае известные спектральные свойства дифракции на прямолинейном крае границы. К размерам эффективной области отражения эта зависимость отношения не имеет.

Действительно, показанное выше отсутствие частотной зависимости дифракции в случае круга объясняется тем, что элементарные дифрагированные волны от его края суммируются в точках оси симметрии синфазно. Иначе обстоит дело в случае квадратной отражающей площадки. Дифракция от краев квадрата в точках той же оси представляет учетверенное поле линейного излучателя, обладающего частотной характеристикой фильтра нижних частот. Амплитуда дифрагированной волны оказывается тем меньше, чем выше частота гармоники и, следовательно, на верхних частотах дифракция в меньшей степени искажает отраженное поле.

Рассмотрим еще задачу отражения— дифракции на полуплоскости, из решения которой в [4] сделан вывод о существенности для отражения только первых двух зон Френеля. Приближенно дифракционное поле в точке Р, совмещенной с источником, получим, изменив пределы интегрирования в

$$\varphi_2(P, t) = \frac{r_0 e^{j\omega t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^R \left( \frac{1}{r^2} + \frac{jk}{r} \right) \frac{e^{-2jkr}}{r^2} dy = \frac{e^{j\omega t - 2jkr_0}}{2r_0} W_2, \quad (8)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{j}{2}} F(u).$$

Модуль  $|W_2|$  для  $f=40 \text{ с}^{-1}$  ( $r_0=2 \text{ км}$ ,  $c=2,5 \text{ км/с}$ ) в зависимости от  $R$  — расстояния до края отражающей полуплоскости — показан на рис. 4. Из выражения (8) ясно, что затухание  $W_2$  с увеличением, как и в предыдущем случае, зависит от частоты, поэтому усложнять рисунок графиком для второй гармоники нет необходимости. Модуль функции ослабления (см. рис. 4) сильно отличается от рассмотренных ранее и показывает, что удаление края полуплоскости на расстояние, превышающее всего лишь две зоны Френеля, искажает амплитуду отраженной волны менее чем на 10%.

Стр.42

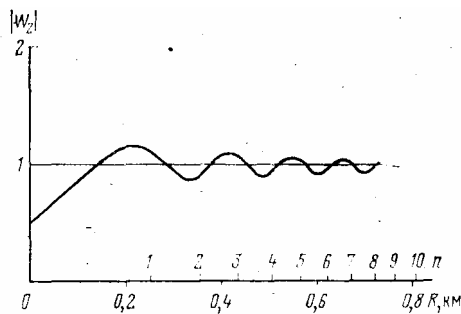


Рис. 4. Зависимость функции  $|W_2|$  от удаления края отражающей полуплоскости:  
 $n$  — границы зон Френеля при  $f=40 \text{ с}^{-1}$

Анализируя решения, из которых сложились существующие противоречивые представления, нельзя не отметить очевидную условность определения понятия эффективной области отражения на основе учета роли краевой дифракции. Условность видна уже из формул (3), (3а), в которых член, представляющий отраженную волну, оказывается независимым от размера площадки. Формулы (7) и (8) также можно записать в виде суммы неискаженной отраженной и дифрагированной волн. Тогда окажется, что изменяя  $R$  с целью найти его некоторый эффективный для отражения размер, мы воздействуем не на отраженную, а на дифрагированную волну. Слабость подхода состоит в том, что на амплитуду дифрагированной волны, выступающую здесь в роли

своеобразного эталона, можно воздействовать не только с помощью изменения размеров поверхности отражающей площадки. Рассмотренные примеры показывают, в частности, ее сильную зависимость от формы кромки отражающего (рассеивающего) элемента. Еще сильнее зависит амплитуда дифрагированной волны от степени разрыва акустических свойств на крае непрерывного участка границы. Сглаживая разрыв дифрагированную волну можно значительно ослабить, что привело бы в рамках используемого определения понятия эффективной области отражения к существенно иным оценкам и физически несостоятельному выводу о том, что размеры эффективной области зависят в первую очередь от свойств границы за пределами этой области.

Отметив условность распространенного понятия эффективной области отражения, уместно подчеркнуть, что само это понятие было впервые введено (Л. М. Бреховских, 1947 г.) для специального случая (гармоническая волна) и с вполне определенной целью: помочь установлению пределов применимости представлений и формул геометрической акустики в задачах отражения от ограниченных препятствий. Данный подход вообще не предполагает изучения механизма образования отраженной волны, откуда мог бы последовать вывод о размерах эффективной области отражения. Здесь исследуется, при каких размерах участка плоской поверхности можно пренебречь «добавкой» (дифрагированной волной) к наперед заданной лучевыми представлениями отраженной волне. Участок подходящих размеров чисто условно был назван эффективной областью отражения. Условность определения, как мы выяснили, ведет к неверному представлению о зависимости размеров эффективной области от частоты и неоднозначным оценкам

Стр.43

самих размеров. В отличие от этого, определение размеров эффективной области отражения через длительность сигнала, основанное на анализе мгновенных значений интеграла Кирхгофа [3] при отражении импульса от неограниченной плоскости дает представление о фактических размерах области отражения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., Наука, 1970.
2. Гурвич И. И. Об учете волновых свойств в методике сейсморазведки. — Изв. вузов. Геология и разведка, 1975, з 9, с. 87—91.
3. Завалишин Б. Р. О размерах участка границы, формирующего отраженную волну. — Прикладная геофизика, вып. 77. М., Недра, 1975, с. 67—74.
4. Клем-Мусатов К. Д. К теории волновых полей для сложных моделей сейсмических сред.—Геология и геофизика, 1977, № 5, с. 108—121.
5. Матвеев Г. В. Оценка эффективности восстановления изображений границ с использованием цифровых моделей. —Прикладная геофизика, вып. 85. М., Недра, 1977, с. 51—65.
6. Петрашень Г. И., Нахамкин С. А. Продолжение волновых полей в задачах сейсморазведки. Л., Наука, 1973.
7. Саваренский Е. Ф. Сейсмические волны. М., Недра, 1973.
8. Trory A.. A simple theory for seismic diffractions. — Geophysics, 1970, vol. 35, p. 762—784.